

Esercitazione di Logica Matematica

Stefano Zacchioli
zack@cs.unibo.it

3 Aprile 2007

1 Deduzione Naturale Proposizionale

Esercizio 1 Dimostrare, utilizzando il calcolo della deduzione naturale, la validità delle seguenti formule (partendo dall'insieme vuoto di premesse):

- $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- $\neg((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow \neg(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- $\neg((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vee (B \rightarrow (A \rightarrow C))) \rightarrow A \wedge B \wedge \neg C$
- $(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \rightarrow (A \wedge B \rightarrow C)$
- $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$
- $\neg(A \wedge (\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg B \vee D) \wedge \neg C \wedge \neg D)$

2 Formalizzazione

Esercizio 2 Formalizzare nel linguaggio dei predicati i seguenti asserti matematici utilizzando i seguenti simboli di funzione del linguaggio dell'aritmetica $\{0, \text{succ}, +, *\}$ ed i seguenti operatori relazionali sui numeri naturali come predicati binari $\{=, <\}$:

- esistono due numeri primi dispari
- ogni numero primo ha un numero primo maggiore di esso
- ogni numero primo maggiore di 2 è dispari

Esercizio 3 Utilizzando lo stesso linguaggio dell'esercizio precedente definire i seguenti predicati:

- $P(x)$ che esprima la frase "tutti i numeri dispari minori di x sono primi"
- $P(x)$ che esprima la frase " x è dispari ed è somma di un numero pari e di un numero dispari diverso da 1"
- $P(x)$ che esprima la frase "tutti i multipli di x sono maggiori di $x + 1$ "
- $P(x)$ che esprima la frase "se x è pari, allora è somma di due numeri dispari distinti"