

Esercitazione di Logica Matematica

Stefano Zacchiroli
zack@cs.unibo.it

26 Aprile 2007

1 Deduzione Naturale al Primo Ordine

Riepilogo

- regole aggiuntive per la deduzione naturale al primo ordine
- side conditions

Esercizio 1 *Dimostrare, utilizzando il calcolo della deduzione naturale, la validità delle seguenti formule (partendo dall'insieme vuoto di premesse):*

- $\forall x(A \rightarrow B(x)) \rightarrow A \rightarrow \forall xB(x)$
- $\exists x\forall yA(x, y) \rightarrow \forall y\exists xA(x, y)$
- $\exists x\forall yB(x, y) \rightarrow \forall x\exists yB(y, x)$
- $\forall x(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists xA(x) \rightarrow B)$
- $\forall x\exists y(A(y) \rightarrow A(x))$
- $\neg\exists y\forall x((\neg B(x, x) \rightarrow B(x, y)) \wedge (B(x, y) \rightarrow \neg B(x, x)))$
- $(\exists xA(x) \rightarrow \forall xC(x)) \rightarrow \forall x(A(x) \rightarrow C(x))$
- $\forall x(A(x) \rightarrow D(f(x))) \wedge \exists xA(x) \rightarrow \exists xD(x)$
- $\forall x\forall y(B(x, y) \rightarrow \neg B(y, x)) \rightarrow \neg\exists xB(x, x)$
- $\exists x(\neg A(x) \rightarrow A(f(x))) \wedge \forall xC(x) \rightarrow \exists x(A(x) \wedge C(x))$

Esercizio 2 *Dimostrare, utilizzando il calcolo della deduzione naturale, la validità delle seguenti conseguenze logiche:*

- $\exists x(A(x) \rightarrow B(x)), \exists x(C(x) \rightarrow D(x)), \forall x\neg B(x), \forall x\neg D(x) \models \neg\forall x(A(x) \wedge C(x))$
- $\forall x\exists y\neg A(x, f(y)), \forall x\forall y(B(x) \rightarrow A(x, y)) \models \exists x\neg B(x)$
- $\forall x(\neg A(x, f(x)) \rightarrow \neg B(x)), \forall xB(x) \models \forall x\exists yA(x, y)$
- $\forall x(A(f(x), x) \rightarrow \exists yA(y, f(y))), \forall x\forall y\neg A(x, f(y)) \models \forall x\neg A(f(x), x)$